

Figura 1: circuito retangular.

Lista 7- Electromagnetismo I

Questão 1 Um circuito circular no plano xy com raio R cria uma campo magnético no seu eixo de simetria, eixo \hat{z} , dado por

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{z}. \quad (1)$$

Use este resultado para encontrar o campo magnético criado por um cilindro finito com corrente superficial $\vec{k} = k_0 \hat{\varphi}$ em pontos do seu eixo de simetria.

Questão 2 Uma corrente volumétrica uniforme paralela ao eixo \hat{x} se estende entre $z = -a$ e $z = a$. Descreva o campo magnético em todo o espaço.

Questão 3 O potencial vetor de uma certa distribuição de correntes tem a forma

$$\vec{A} = k_0 \hat{e}_\varphi. \quad (2)$$

Encontre o campo magnético e descreva a distribuição de correntes que dá origem a esse campo.

Questão 4 Nas nossas aulas encontramos o potencial vetor criado por um segmento de fio, ao longo do eixo z , que se estende entre $z = -L_1$ e $z = L_2$. Calculado no plano $z = 0$ ele tem a forma:

$$\vec{A}_L(\vec{r}) = \frac{I\mu_0}{4\pi} \hat{z} \left(\sinh^{-1}\left(\frac{L_2}{s}\right) + \sinh^{-1}\left(\frac{L_1}{s}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{L_2}{s_0}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{L_1}{s_0}\right) \right)$$

a) Sem realizar nenhuma integração adicional expresse o resultado numa forma válida para $z \neq 0$. A dependência em z surgirá pela reinterpretação dos limites L_1 e L_2 .

b) Encontre o campo magnético. Lembre-se da dependência em z .

Questão 5 Encontre a força no circuito retangular da figura 1. O eixo z é ortogonal ao plano do circuito.

a) Diretamente da força de Lorentz.

b) Derivando a energia de interação de dipolo magnético, $U = -\vec{B} \cdot \vec{m}$.

Esse último problema é mais complicado do que parece. A expressão da energia do dipolo é aplicável para circuitos magnéticos suficientemente pequenos, quando comparados à dimensão

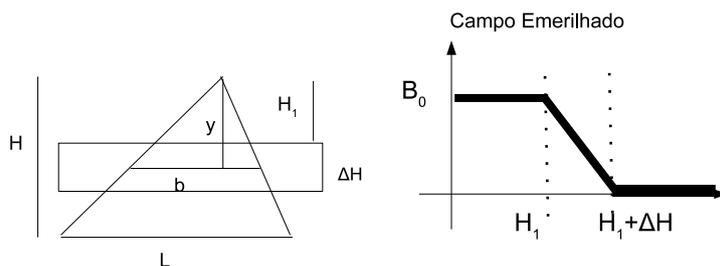


Figura 2: circuito retangular, isto é triangular!

linear em que o campo magnético varia apreciavelmente. Podemos aplicar a energia de dipolo substituindo o circuito por um conjunto de circuitos distribuídos em pequenas áreas com correntes no bordo. Assim a energia seria $U = -I \int \vec{B} \cdot d\vec{a}$. O problema é que a variação abrupta do campo magnético invalida essa abordagem. Solução: esmerilhar o campo magnético ao longo de uma faixa de largura ΔH (retângulo marcado na figura): Suponha que um circuito seja um triângulo, figura 2. O campo magnético será $B = B_0$, para $y < H_1$; $B = B_0(1 - \frac{y-H_1}{\Delta H})$, para $H_1 < y < H_1 + \Delta H$; $B = 0$ para $H_1 + \Delta H < y$. Como a base em função de y vale $b = \frac{L}{H}y$, a área será $da = bdy$, e a energia, será

$$U = -\frac{IB_0L}{H} \left[\int_0^{H_1} y dy + \int_{H_1}^{H_1+\Delta H} y \left(1 - \frac{y-H_1}{\Delta H}\right) dy \right] = -\frac{IB_0L}{H} \left[\frac{1}{2}H_1^2 + \frac{\Delta H}{2}H_1 + \frac{\Delta H^2}{6} \right].$$

A força na direção vertical será $F_y = -\partial_{H_1}U = \frac{IB_0L}{H} \left[H_1 + \frac{\Delta H}{2} \right]$. Qual a interpretação desse resultado? Note que $\frac{L}{H} \left[H_1 + \frac{\Delta H}{2} \right]$ é a base do triângulo quando $y = H_1 + \Delta H/2$. Fica para o aluno completar as etapas intermediárias e conectar esse problema com o do item a. Observação: depois de calculada a força, podemos fazer o limite $\Delta H \rightarrow 0$.

Questão 7

Problema: Uma corrente I flui ao longo das arestas de um dos triedros de um paralelepípedo, Fig. 3.

- Encontre o momento de dipolo magnético e descreva o campo magnético longe do paralelepípedo. Sugestão: Imagine-o como a superposição de 3 circuitos retangulares.
- Considere agora que o paralelepípedo tenha cada um dos lados multiplicado por um fator α , enquanto a corrente é multiplicada por $1/\alpha^2$. Muda alguma coisa na descrição do campo a longas distâncias? O que muda se tomarmos o limite α indo a zero?

Questão 8

Compare o campo magnético exato criado por uma espira circular de corrente ao longo do seu eixo com o campo magnético aproximado pelo primeiro termo da expansão de multipolo, o termo de dipolo.

Questão 9 Demonstre que a força magnética produzida por um campo magnético uniforme em um circuito fechado qualquer é nula.

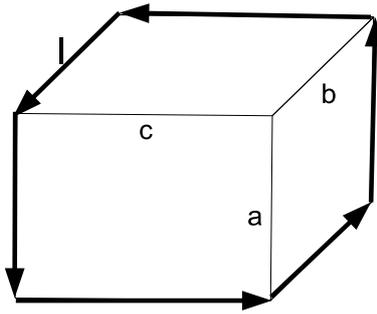


Figura 3: Circuito não plano

Questão 10 Um cilindro reto de comprimento L e raio R apresenta magnetização na direção longitudinal que cresce linearmente com a distância ao eixo, começando com um valor M_a e terminando em M_b .

a) Localize as correntes superficiais e volumétricas de magnetização. b) Considere agora o caso em que o comprimento é muito grande. Descreva o campo magnético para pontos no interior e no exterior do cilindro. Sugestão: calcule a integral de linha de B em amperianas retangulares com lados compridos na direção longitudinal e curtos na direção radial.